

2021 年第五屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT11B

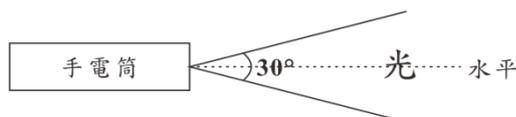
考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - (1) 單選題：
 - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答
案。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答
案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案
圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - (2) 選填題：
 - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；
如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，
沒有倒扣或部份給分。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的
答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不
一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
 - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、橡皮擦、空白計算紙及無記號之方格紙與身
分證明文件外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、量角器、智慧型手
錶及具計算功能的裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可
作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2021 臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT11B

單選題

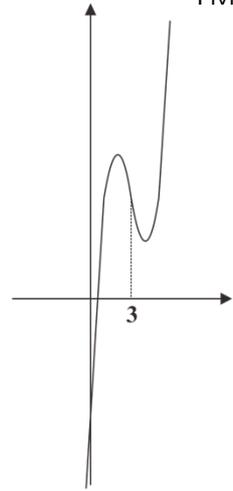
1. 已知 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 是等比數列，其公比為 r ，則 $a_1 \times a_2, a_3 \times a_4, a_5 \times a_6$ 形成的等比數列之公比為何？
 (A) r (B) r^2 (C) r^4 (D) r^6 (E) r^8
2. 已知平面上三點 $A(5,2)$ 、 $B(1,-2)$ 、 $C(1,-4)$ ，則過 B 點且將 $\triangle ABC$ 的面積平分的直線斜率為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) 1
3. 滿足不等式 $|x-4| \leq |x-12|$ 的正整數 x 共有多少個？
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 無限多個
4. 設函數 $f(x) = \log \frac{1-x}{1+x}$ ，若 $-1 < a < 1$ 且 $f(a) = \frac{1}{b}$ ($b \neq 0$)，則 $f(-a)$ 之值為何？
 (A) b (B) $-b$ (C) $-\sqrt{b}$ (D) $\frac{1}{b}$ (E) $-\frac{1}{b}$
5. 小明夜間拿著手電筒（如下圖）在暗路中先沿著水平的路、接著沿 15° 的上坡路、最後再沿著 20° 的上坡路走路回家，若手電筒一路上均沿著水平方向往前照射，則在水平的路、 15° 的上坡路及 20° 的上坡路於地面上被照亮的區域邊界依序為哪一種圓錐曲線的一部分？



- (A) 圓、拋物線、橢圓 (B) 拋物線、橢圓、雙曲線
 (C) 雙曲線、拋物線、橢圓 (D) 拋物線、雙曲線、橢圓
 (E) 橢圓、雙曲線、拋物線

6. 若三次函數 f 的圖形如右圖，其中 $(3, f(3))$ 為對稱中心，則 $f(x)$ 可以是下列何者？

- (A) $(x-3)^3 + 4(x-3) + 7$ (B) $(x-3)^3 - 4(x-3) + 7$
 (C) $-(x-3)^3 + 4(x-3) + 7$ (D) $-(x-3)^3 - 4(x-3) + 7$
 (E) $-(x-3)^3 - 4(x-3) - 7$



7. 若甲球內切於一個正立方體的各個面，乙球外接於該正立方體的各個頂點，則甲、乙兩球之體積比為下列哪一個選項？

- (A) $1:\sqrt{3}$ (B) $1:\sqrt[3]{3}$ (C) $1:3\sqrt{3}$ (D) $1:\sqrt[3]{9}$ (E) $1:\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$

8. 袋中有大小相同的 3 白球、4 紅球、5 黃球，今自袋中取出一球，取出後不放回，共取三次球，則在第一次取到白球的條件下，三次取到球都異色的機率？

- (A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{2}{11}$ (C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{4}{11}$ (E) $\frac{5}{11}$

9. 在一半徑為 4 的地球儀上，已知 A, B 兩點的經度分別為東經 45 度及東經 90 度，且緯度都是北緯 60 度，則由 A 點到 B 點的直線距離為何(非弧長)？

- (A) $2\sqrt{2-\sqrt{2}}$ (B) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ (C) $\sqrt{2\sqrt{2}-2}$
 (D) $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ (E) $2\sqrt{2-\sqrt{3}}$

10. 已知 $A(0,2)$ 、 $B(0,3)$ 、 $C(-4,0)$ 、 $D(-5,0)$ 是直角坐標平面上的四個點，則下列哪個方程式的圖形同時與 \overline{AB} 和 \overline{CD} 都有交點？

- (A) $-7x+6y=29$ (B) $-3x+4y=17$ (C) $5x-4y=-11$
 (D) $4x-7y=-17$ (E) $-3x+5y=7$

11. 某校 7 個班各派出 2 位學生組成學生會。若要從這 14 位學生中任選出 4 位參加校務會議，則這 4 位會議代表都來自不同班級的機率為何？

(A) $\frac{80}{143}$ (B) $\frac{76}{143}$ (C) $\frac{75}{143}$ (D) $\frac{65}{143}$ (E) $\frac{63}{143}$

12. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ ，若 a 為實數，且 $A^9 = aA$ ，則 $a = ?$

(A) 4 (B) 16 (C) 64 (D) 256 (E) 1024

13. 在坐標平面上，給定三點 $A(0,4)$ 、 $B(6,1)$ 、 $C(5,2)$ 。若 O 為原點，且點 X 與點 Y 滿足

$$\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OX}$$

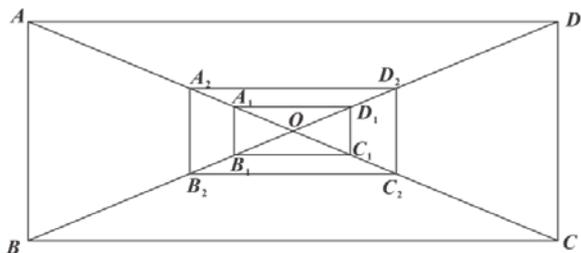
，其中點 X 在線段 \overline{BC} 上，則 ΔOAY 面積的最大可能值為何？

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

14. 某高中舉辦數學科科展作品比賽，結果初步審查共有 3 位同學入選，校方擬對這三個同學進行下一階段的審查，並聘請兩位專業教授擔任評審委員。評審委員只針對作品，給予“高度評價”及“值得期待”兩種結果，且兩種結果的機率皆為 $\frac{1}{2}$ 。若某個學生獲得兩個“高度評價”，則校方頒發獎學金 5000 元，若僅獲得一個“高度評價”，則可得獎學金 3000 元，若兩位教授皆給予“值得期待”，則可獲頒獎學金 1000 元。試問校方給予這 3 位同學獎學金的期望值為 _____ 元？

(A) 9900 (B) 9000 (C) 6400 (D) 4800 (E) 3000

15. 下圖 $ABCD$ 為矩形， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 11$ ， O 為對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 交點。若以 O 為中心，在 \overleftrightarrow{AC} 上每隔固定距離 0.4，則產生一個和 $ABCD$ 相似的矩形，例如 $\overline{OA_1} = \overline{A_1A_2} = \dots = \overline{A_{n-1}A_n} = 0.4$ 產生矩形 $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$ 。若矩形 $ABCD$ 的大小會在矩形 $A_nB_nC_nD_n$ 與 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ 之間，則 $n = ?$

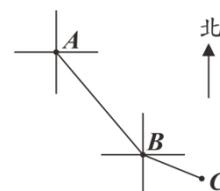


(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

選填題

1. 某品牌 60 吋大面板的 LED 電視每隔 5 年售價會降低上次售價的 $\frac{1}{3}$ ，若剛上市的價格為 81000 元，則第 15 年底之後，預估價格為 $k \times 100$ 元，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如圖，小明在操場上從 A 點出發，先沿南偏東 30° 方向走到 B 點，再沿東偏南 30° 方向走到 C，這時 $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。(小於平角)



3. 設 A、B、C 三點不共線，若 $(2x + y - 7)\overrightarrow{AB} + (3x - y - 3)\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ ，則 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

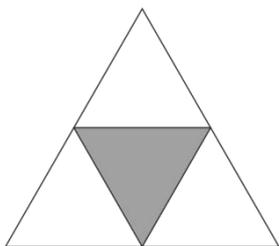
4. 若 a 、 b 、 c 、 d 為實數，且 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & 7 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & c \\ 1 & -2 \\ -1 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $A(3, -4)$ ，且 B 點在單位圓 $x^2 + y^2 = 1$ 上，則 \overline{AB} 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

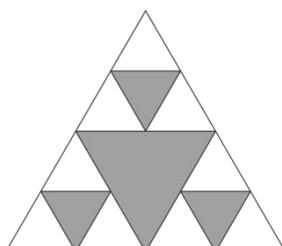
6. 設 $a > 1$ ，若指數函數 $f(x) = a^x$ 在區間 $[-4, 2]$ 之最小值為 $\frac{1}{16}$ ，則 $f(x)$ 在區間 $[-5, 7]$ 之最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 若 $\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \cdots + \log(1+3+5+\cdots+19) - 2(\log 1 + \log 2 + \log 3 + \cdots + \log 7)$
 $= 2\log n$ ，則 $n =$ _____。

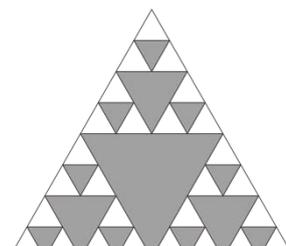
8. 令 a_n 表圖 n 中每一個最小正三角形的面積，若 $\frac{a_1}{a_9} = 2^p$ ，其中 p 為正整數，
 則 p 之值為 _____。



圖一



圖二

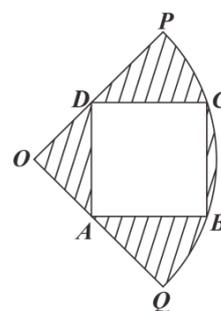


圖三

.....

9. 空間中四點 $A(11,9,12)$ 、 $B(13,k,9)$ 、 $C(15,14,11)$ 、 $D(a,b,c)$ ，若 $ABCD$ 為一菱形，
 則 $k+a+b+c =$ _____。

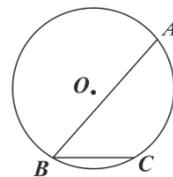
10. 如圖，正方形 $ABCD$ 內接於扇形 OPQ ，頂點 A 、 D 分別在扇形的兩半徑
 上，頂點 B 、 C 在扇形的弧上，若扇形半徑 $\overline{OP} = 10$ ， $\angle AOD = \frac{\pi}{2}$ 且斜線
 區域面積為 $a\pi + b$ ，則 $a - b =$ _____。



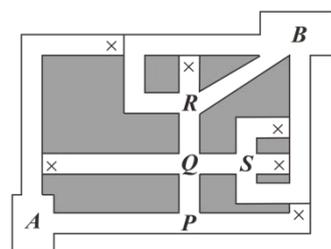
11. 坐標平面上三點 $A(0,0)$ 、 $B(7,0)$ 、 P ，已知點 P 滿足 \overrightarrow{PA} 、 \overrightarrow{PB} 兩向量的內積為 6 且 $\overline{PA} = 5$ ，
 則 $\overline{PB} =$ _____。

12. 設五個相異正整數的平均數是 20，中位數是 23，則此五個正整數中的最大者可能之最大值为 _____。

13. 如圖，一圓之半徑為 2，內有一個圓周角 $\angle ABC = 45^\circ$ ，已知 $\overline{BC} = 2$ ， $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ，若 $\overline{AB} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (a 、 b 為正整數)，則 $a + b =$ _____。



14. 如右圖所示：有一個迷宮式的巷道，及 A、B 兩個廣場，P、Q、R、S 表示交叉路口，「×」表示不通的死巷。某人由 A 廣場任選一巷口出發，走向 B 廣場，每到一交叉路口時選擇任一巷道（不管是否為死巷）行進的機率皆相等，但是不許原路折回。若此人到達 B 廣場的機率是 $\frac{1}{a}$ ，則 $a =$ _____。



15. 下圖為 $y = a \sin\left(\frac{2\pi}{3}x + \theta\right) - 1$ 的部分圖形，其中 $a > 0$ ， b 之值如下圖所示， $0 < \theta < \pi$ ，則 $\frac{ab\pi}{\theta} =$ _____。

