

2021 年第五屆臺灣中小學數學能力檢定考試

Taiwan Mathematics Test

TMT10

考試須知

1. 未經監考人員宣佈打開測驗卷之前，不可先行打開試卷作答。
2. 本次測驗時間共 80 分鐘，分別為單選題 15 題、選填題 15 題，共 30 題。
 - (1) 單選題：
 - (I) 每一題各有 A、B、C、D、E 五個選項，其中只有一個選項是正確的答
案。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，請檢查所圈選的答
案是否正確，並將錯誤及模糊不清部分擦拭乾淨。請注意，只有將答案
圈選清楚在答案卡上才得以計分。
 - (2) 選填題：
 - (I) 每一題答案是範圍在 000 至 999 之間的整數。如答案為 7，請塗黑 007；
如答案為 43，請塗黑 043；如答案為 123，請塗黑 123。全對才給分，
沒有倒扣或部份給分。
 - (II) 請使用 2B 鉛筆在「答案欄」上適當的圓圈內塗黑，並請檢查所填寫的
答案數字與塗黑的圓圈是否一致，任何的答案數字及塗黑的圓圈如果不
一致，將不予計分；如欲修正，請將錯誤擦拭乾淨。
3. 計分方式：(總分 150 分)
 - (1) 單選題：每一題答對可得 5 分，未作答得 1 分，答錯得 0 分。
 - (2) 選填題：每一題答對可得 5 分，未作答及答錯得 0 分。
4. 除了考試所准許使用的尺、圓規、橡皮擦、空白計算紙及無記號之方格紙與身
分證明文件外，請勿攜帶任何輔助工具(包含手機、計算器、量角器、智慧型手
錶及具計算功能的裝置等)進入考場，考卷上所有的題目均不需使用計算器便可
作答。
5. 試卷內的圖形皆為示意圖，可能未依比例繪製。
6. 交卷時請將答案卡交回，測驗開始 40 分鐘後，始准交卷離場。

2021 臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT10

單選題

- 已知 $\log a = 3.46$ ， $\log b = 0.46$ ，則 $a \div b$ 的值為何？
 (A) 3 (B) 100 (C) 300 (D) 1000 (E) 3000
- 已知 a_1, a_2, \dots, a_n 是一個 n 項的等比正整數數列，其中 $a_1 = 1$ ， $a_n = 3^{60}$ ，則 n 可能是下列哪個數？
 (A) 60 (B) 30 (C) 20 (D) 16 (E) 12
- 坐標平面上自點 $P(-1, 3)$ 作圓 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 的兩切線，設切點分別為 A 、 B ，則切線段長 $\overline{PA} = ?$
 (A) 3 (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4 (E) 5
- 若有三個正數依序成等差數列，且三個數的和為 18，將三數依序各自加上 1、2、7 後，新的三個數成等比數列，則此新的三數最大與最小的差為何？
 (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15
- 三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，其中 $L_1: x+2y=6$ 斜率為 m_{L_1} ， L_2 與 x 軸正向夾角為 30° 其斜率為 m_{L_2} ， L_3 與 x 軸的截距為 -3 ，與 y 軸的截距為 4 ，斜率為 m_{L_3} ，試問下列選項何者正確？
 (A) $m_{L_1} > m_{L_2} > m_{L_3}$ (B) $m_{L_3} > m_{L_2} > m_{L_1}$ (C) $m_{L_2} > m_{L_1} > m_{L_3}$
 (D) $m_{L_3} > m_{L_1} > m_{L_2}$ (E) $m_{L_2} > m_{L_3} > m_{L_1}$

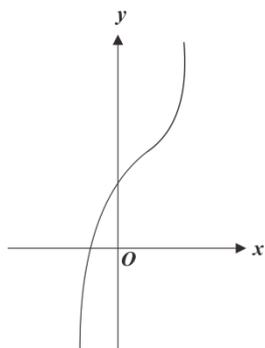
6. 九九籃球隊的隊員神射手小清新加盟球隊並執行戰力強化訓練，最近五場比賽得分如下：

場次	1	2	3	4	5
得分	19	19	22	19	21

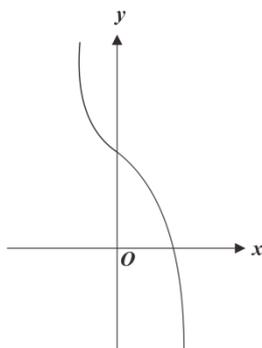
試求小清新這五場得分的標準差為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) 2
7. 二次函數 $y = x^2 - 2x - k$ 的圖形與 x 軸交於 P 、 Q 兩點，若 $\overline{PQ} = 4$ ，則 $k = ?$
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
8. 不等式 $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - 2y \leq 1 \\ 5x - y \geq -1 \end{cases}$ 所代表的區域在哪一個象限內的面積最大？
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限
(D) 第四象限 (E) 在四個象限一樣大
9. 直角坐標平面上， $y = f(x) = (x-1)^3 + 4(x-1) + 8$ 的圖形最有可能為下列何者？

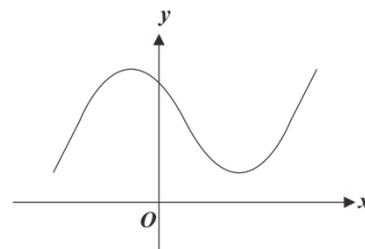
(A)



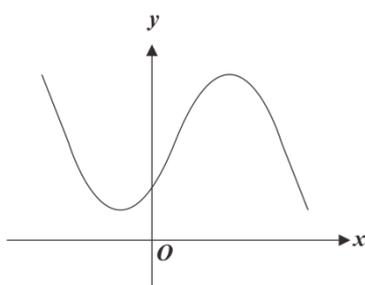
(B)



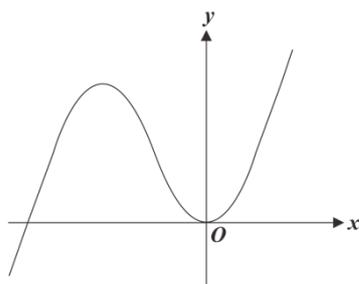
(C)



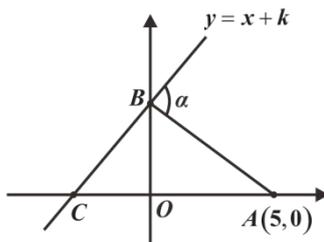
(D)



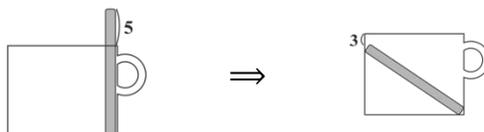
(E)



10. 如圖， A 點座標為 $(5,0)$ ，直線 $y = x + k$ ($k > 0$) 與 y 軸交於點 B ，若 $\angle \alpha = 75^\circ$ ，則 $k = ?$



- (A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (E) $\frac{3\sqrt{6}}{5}$
11. 盒子裡有 2 枚一元、4 枚五元和 6 枚十元的硬幣。從中一次取出 6 枚硬幣，每枚硬幣被選中的機率相等，則取出的硬幣其錢數總和至少是五十元的機率為何？
- (A) $\frac{3}{22}$ (B) $\frac{5}{22}$ (C) $\frac{125}{924}$ (D) $\frac{127}{924}$ (E) $\frac{21}{154}$
12. 極坐標平面上三點 $A[2, 17^\circ]$ 、 $B[6, 77^\circ]$ 、 $C[4, 167^\circ]$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為多少？
- (A) $6 + 2\sqrt{3}$ (B) $8 + \sqrt{3}$ (C) $10 + \sqrt{3}$ (D) $12 + \sqrt{3}$ (E) $10 + 3\sqrt{3}$
13. 直線 $ax + by = 0$ 的係數 a 、 b 可以在 0、1、2、3、5、7 這六個數字中取值且 $a \neq b$ ，則這些直線方程式所能表示的不同直線有多少條？
- (A) 20 條 (B) 22 條 (C) 24 條 (D) 27 條 (E) 30 條
14. 阿福想為家中的馬克杯買一支攪拌棒，第一次買的時候，他沒有測量，結果買回家發現雖然攪拌棒直立時頂端高出馬克杯 5 公分，但是傾斜後頂端卻會躺在杯口下方 3 公分處，導致喝飲料時，攪拌棒常沾到飲料拿不出來(如下圖所示)。



假設杯子厚度不計且已知杯底直徑為 12 公分，試問阿福要改買哪一種長度的攪拌棒才能使攪拌棒傾斜後的頂端恰在杯口邊緣？

- (A) 14 (B) $10\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{13}$ (D) 15 (E) $5\sqrt{10}$

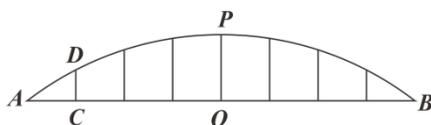
15. 某高中學生參加資優班鑑定測試，已知報名者男、女生人數之比為 15:8，錄取者男、女生之比為 3:2，未錄取者男、女生之比為 2:1，求男生錄取率為多少？
 (A) 20% (B) 22% (C) 24% (D) 25% (E) 28%

選填題

- 兩相異直線 $L_1: 7x+8y=k_1$ 與 $L_2: 7x+8y=k_2$ 均和圓 $(x-1)^2+(y-9)^2=113$ 相切，則 $|k_1-k_2|$ 之值為 _____。
- 有一多項式 $f(x)$ ，已知 $f(x)$ 除以 x^2-5x+4 的餘式為 $x+2$ ，且 $f(x)$ 除以 x^2-5x+6 的餘式為 $3x+4$ 。若 $f(x)$ 除以 x^2-3x+2 的餘式為 $r(x)$ ，則 $r(1)+r(2)=$ _____。
- 滿足不等式 $(x+50)(x-60)(x^2-2x+3) \leq 0$ 的整數 x 共有 _____ 個。
- 設 $x=\sqrt{5}-2$ ， $y=\sqrt{5}+2$ 。若 $x^3+y^3+3x+3y=a\sqrt{b}$ ，其中 $a\sqrt{b}$ 為最簡根式，則 $a+b=$ _____。
- 袋中有 3 顆白球與 4 顆黑球，某遊戲每次從袋中抽出 1 球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲就結束。若在第 k 次才抽到黑球，則得到 $100k$ 元獎金，抽到白球不給錢。試求此抽球結果可獲得獎金的期望值為 _____ 元。
- 若 $a_k = k(k+1)$ ， $k=1,2,3,\dots,50$ ，則 a_1, a_2, \dots, a_{50} 這 50 項的算術平均數為 _____。

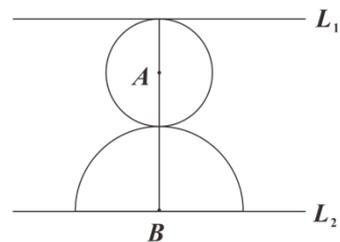
7. 有一個鞋櫃，共有 3 層，每一層都有 5 個抽屜。若將兩雙不同的鞋子分別各自放入其中不同層的 2 個抽屜，且同一雙鞋子放在同一抽屜內，則放置鞋子的方式有 _____ 種。
8. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 三內角之對邊長度分別為 a 、 b 、 c ，若 $b \sin C (b \cdot \cos C + c \cdot \cos B) = 420$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 = _____。
9. 已知直線 L 通過點 $(-4, 3)$ ，若 $A(2, 1)$ 與 $B(4, 7)$ 兩點到直線 L 距離相等，則滿足此條件的直線 L 中最大的斜率為 _____。

10. 如圖所示，有一圓拱橋，其中 \widehat{APB} 為圓的一部分，且圓拱的寬度 $\overline{AB} = 40$ 公尺， O 為 \overline{AB} 中點， $\overline{OP} = 10$ 公尺，若建造時每隔 5 公尺須用一根支柱支撐，則支柱 \overline{CD} 的高度為 _____ 公尺。

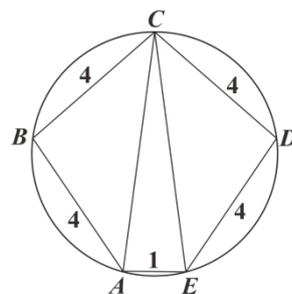


11. 將甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人任意分成 3 組(組與組無區別)且每組至少有 1 人，則其中甲、乙兩人不同組的方法有 _____ 種。

12. 一圓與一半圓相切如右圖，其中 A 、 B 為圓心，上下二條平行線 L_1 、 L_2 與連心線垂直，已知 L_1 與 L_2 之距離為 1，若半圓面積與圓面積乘積最大值為 $\frac{b}{a}\pi^2$ ($\frac{b}{a}$ 為最簡分數)，則 $a =$ _____。



13. 圓內接五邊形 $ABCDE$ ，已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = 4$ 且 $\overline{AE} = 1$ ，若 $(1 - \cos B)(1 - \cos \angle ACE) = \frac{b}{a}$ ($\frac{b}{a}$ 為最簡分數)，則 $a + b =$ _____。



14. 學校向 50 名學生調查對 A 、 B 兩事件的態度，得到如下結果：贊成 A 的人數是全體的 $\frac{3}{5}$ ，其餘的不贊成，贊成 B 的人數比贊成 A 的人數多 3 人，其餘的不贊成；另外，對 A 、 B 都不贊成的人數比對 A 、 B 都贊成人數的 $\frac{1}{3}$ 多 1 人。問對 A 、 B 都贊成的學生有 _____ 人。

15. 設 θ 為第三象限角且 $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ ，若 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{b}{a}$ ，其中 $\frac{b}{a}$ 為最簡分數，則 $|a - b| =$ _____。